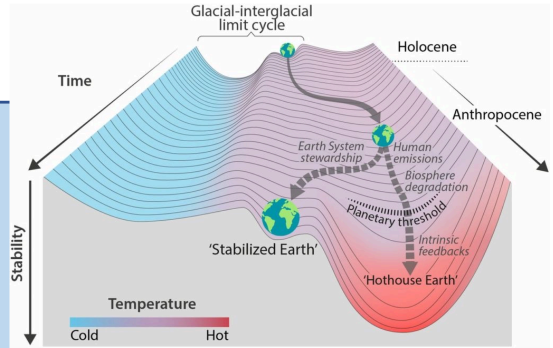
Enseigner des bases de Théorie des Systèmes

Michel Dobrijévic, Françoise Billebaud

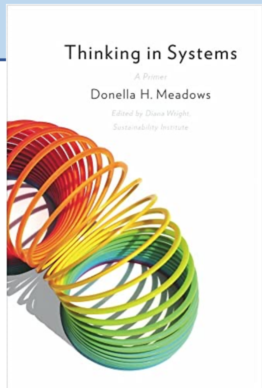
Observatoire Aquitain des Sciences de l'Univers – Université de Bordeaux

Idées de départ:

- Les systèmes sont partout !
- Leur comportement est intelligible
- Les problèmes actuels sont largement « systémiques »
- Comment expliquer les systèmes de façon simple ?
- Fabriquons des systèmes simples de façon simple !
- Faisons-les « fonctionner » ! (bouh voilà les maths….)



Trajectoire du Système Terre dans l'Anthropocène (Steffen et al., 2015)



maths

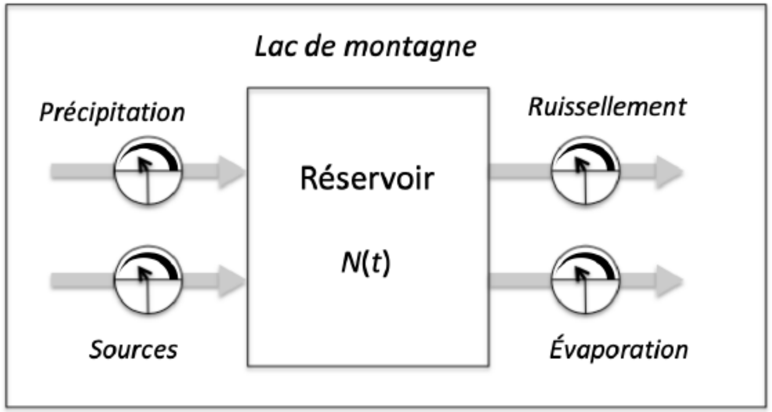


FIGURE 1.4 – Exemple de système possédant un réservoir unique et plusieurs entrées et sorties pour modéliser l'évolution de la quantité d'eau dans un lac de montagne.

+

Définir progressivement des notions:

- Réservoir et flux
- Sources, exutoires
- Système élémentaire (ci-dessus)
- Système à plusieurs éléments
- Fonction d'un système
- Echelle de temps
- Système ouvert, fermé, isolé
- **Boucles de rétroaction**
- **Points de bascule**
- …

Partir d'un schéma

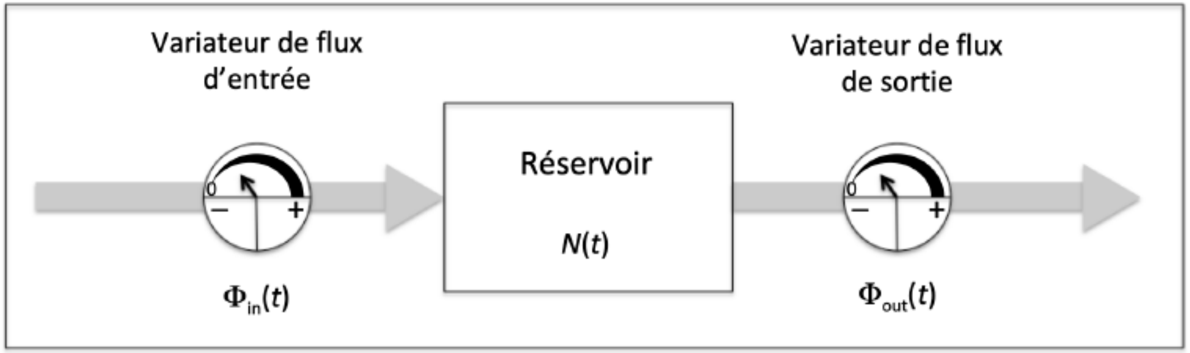


FIGURE 1.2 – Représentation schématique d'un système élémentaire composé d'un réservoir avec son flux entrant et son flux sortant. Le contenu du réservoir est caractérisé par une quantité mathématique notée $N(t)$ qui évolue dans le temps. Les flux $\Phi_{in}(t)$ et $\Phi_{out}(t)$ sont ajustés par des variateurs de flux qui dépendent aussi du temps.

Puis…

Les maths ne sont pas toujours très méchantes…

Mise en équations

Système avec un réservoir N(t) et seulement un flux, qui est par exemple en entrée $\boldsymbol{\phi}_{in}(t)$

À l'instant $t + \Delta t$, il est entré une quantité égale à $\Phi_{\text{in}}(t) \times \Delta t$ dans le réservoir. On a donc :

$$N(t + \Delta t) = N(t) + \Phi_{\text{in}}(t) \times \Delta t \tag{1.1}$$

qui peut s'écrire aussi :

$$\frac{N(t + \Delta t) - N(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \Phi_{\text{in}}(t) \tag{1.2}$$

Si on choisit Δt aussi petit que l'on veut, on retrouve dans le terme de gauche la dérivée temporelle de $N(t)$ et on obtient donc :

$$\frac{dN(t)}{dt} = \Phi_{\text{in}}(t) \tag{1.3}$$

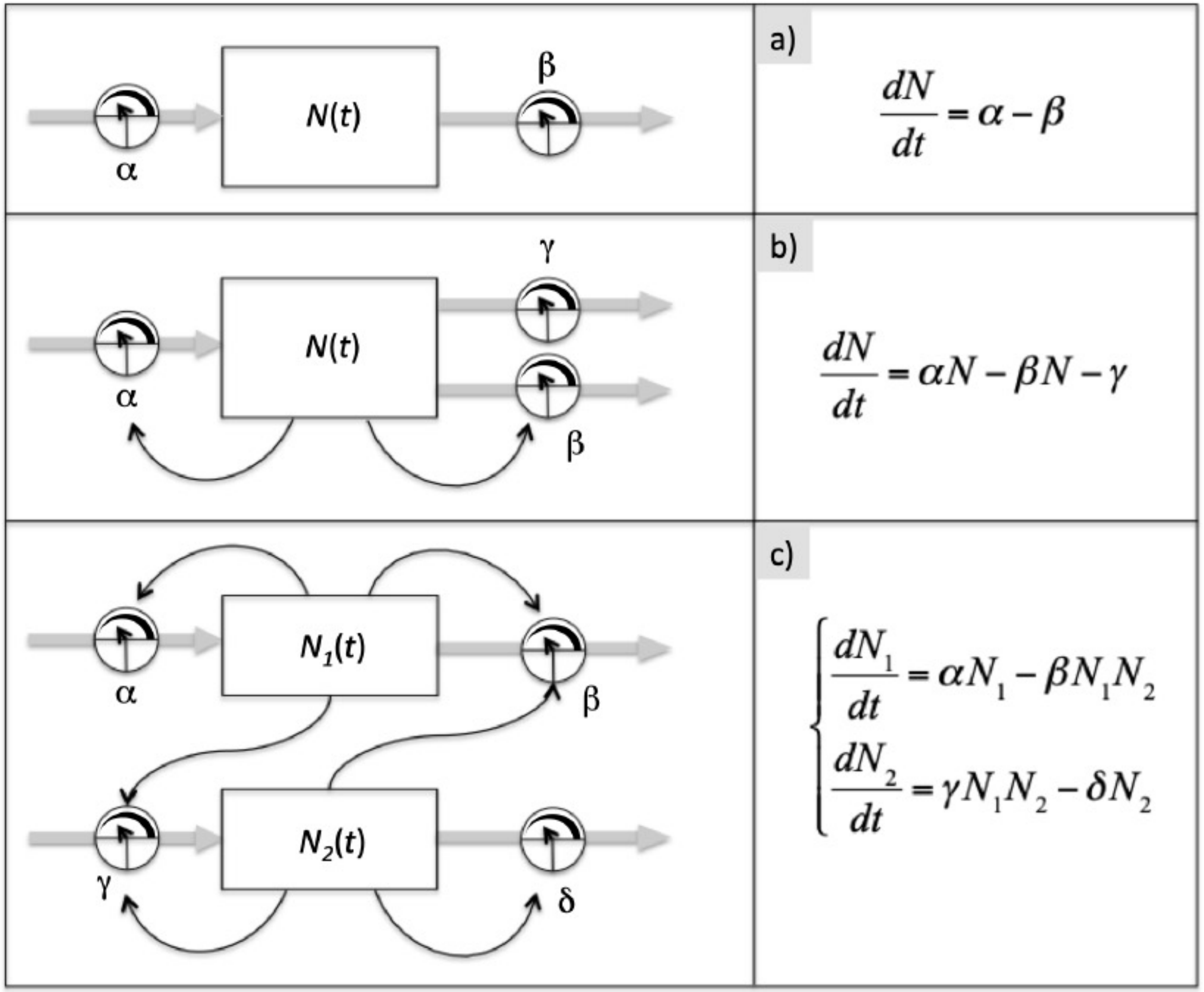


FIGURE 3.13 – Représentation des principaux systèmes simples et des équations différentielles correspondantes. a) **Système élémentaire** avec un flux entrant et un flux sortant. b) Système avec un flux sortant simple, une **BRR** (via le coefficient α) et une **BRS** (via le coefficient β). c) Couplage de deux systèmes.

```
from math import *
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *

##########################
def equation(dt,a,b,N):
    N = (a-b)*dt + N
    return N
##########################

N0 = 0.0 ; Nmax = 30 ; Nc = 25
dt = 0.01 ; tmax = 10000

t = 0.0
N = []
time = []
alpha = 0.8 ; beta = 0.0
X = equation(dt,alpha,beta,0)

for i in range(1,tmax):
    X = equation(dt,alpha,beta,X)
    t = t + dt
    time.append(t+dt)
    if (X < Nc):
        beta = 0.0
        N.append(X)
    else:
        beta = 1.0
        N.append(X)

plt.plot(time,N,linewidth=2)

plt.xlabel('temps (s)') ; plt.ylabel('Volume de H$_2$O (cm$^3$)')
plt.ylim([0,35]) ; plt.xlim([0,40])
plt.show()
```

FIGURE 1.12 – Exemple de programme *Python* pour résoudre de manière itérative l'équation différentielle $\frac{dN(t)}{dt} = \alpha - \beta$ avec une condition de modification du paramètre β.

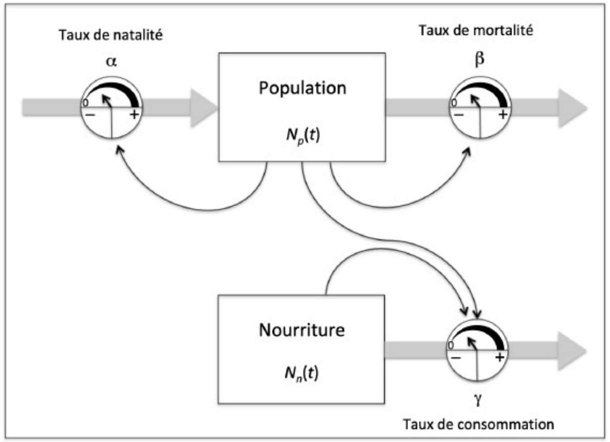


FIGURE 5.1 – Couplage entre un système d'évolution d'une population $N_p(t)$ et un réservoir de nourriture non renouvelable $N_n(t)$.

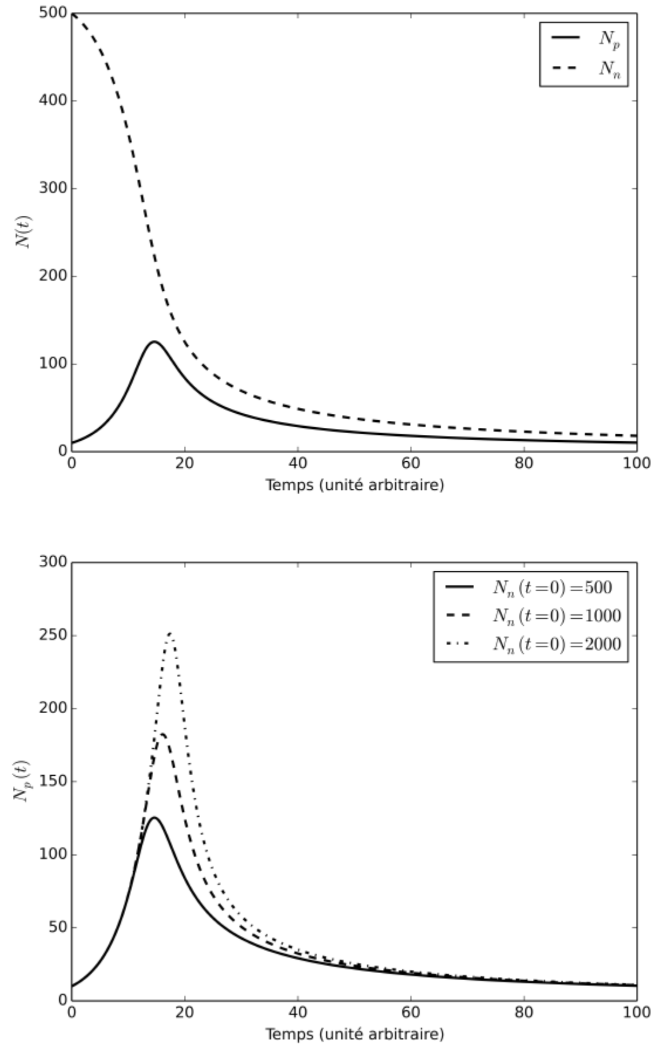


FIGURE 5.2 – En haut : évolution de la population ($N_p(t)$) et du stock de nourriture ($N_n(t)$) lorsque ce dernier est non renouvelable. En bas : évolution de la population lorsque le système démarre avec un réservoir 2 ou 4 fois plus grand que le réservoir de nourriture initial du haut.

Conclusion

- Enseigner des bases de dynamique des systèmes est une façon très efficace de faire « toucher du doigt » certaines problématiques actuelles

- On peut enseigner ces bases de façon simple

- On peut apprendre à construire et mettre en équations ses propres systèmes simples

- On peut « jouer » avec les notions en faisant tourner des petits programmes basiques

« Introduction à la dynamique des systèmes », Dobrijévic M., Billebaud F., Dunod, 2023

SCIENCES SUP

SCIENCES DE LA VIE

Introduction à la théorie des systèmes

Le principal objectif de ce cours est de poser les **bases de la théorie des systèmes** afin de les utiliser pour modéliser certaines parties du monde qui nous entoure. Il s'attache à montrer comment il est possible de transformer un problème réel en un système en s'affranchissant des considérations mathématiques complexes. La création d'un schéma sert de point de départ à la définition du système d'équations différentielles qui régit l'évolution de ce système.
Un **programme écrit en Python** est fourni pour permettre au lecteur de résoudre l'ensemble des exercices proposés.
Des **exemples variés**, du système Terre à la dynamique des populations en passant par la propagation des virus, sont proposés et traités sous forme d'exercices.

Michel Dobrijevic
est enseignant chercheur à Université de Bordeaux.

Françoise Billebaud
est enseignante chercheuse à Université de Bordeaux.

LES PLUS
- Les bases de la théorie des systèmes avec un formalisme mathématique réduit au strict minimum
- Des exemples variés accompagnés de codes Python facilement manipulables

LE PUBLIC
- Étudiants en Licence et Master de Sciences de la vie et de la Terre, de Physique, de Chimie, de Sciences de l'ingénieur
- Enseignants-chercheurs en sciences

SOMMAIRE
- Les systèmes simples
- Les boucles de rétroaction
- Les systèmes couplés
- Les systèmes avec délais
- La limite à la croissance
- Sources et exutoires
- Dynamique des populations
- Homéostasie et hystérésis
- Résilience et point de basculement
- Évolution ponctuée
- Systèmes chaotiques

LICENCE 1 2 3 MASTER 4 5 DOCTORAT 6 7 8

9 782100 854066
4494184
ISBN 978-2-10-085406-6

DUNOD
une page d'avance

Introduction à la théorie des systèmes | M. Dobrijevic F. Billebaud

D

LICENCE | MASTER | ÉCOLES D'INGÉNIEURS

SCIENCES SUP

Michel Dobrijevic et Françoise Billebaud

Introduction à la théorie des systèmes

Applications au système Terre

DUNOD